Universidad de Buenos Aires		Facultad de Ingeniería		
1º Cuatrimestre 2010	75.12 - Análisis Numérico I. Curso 008	Parcial. Primera Oportunidad.	Tema 1	Nota
Padrón:	Apellido y Nombres			

Ejercicio 1. Estos datos se han obtenido buscando una raíz de f(x) = 0 para una cierta función f(x):

i	Sucesión 1			Sucesión 2	
	xi	g1(xi)	Aitken	xi	g2(xi)
0	0,000000	-0,562500	-0,436008	0,000000	-0,562500
1	-0,562500	?	-0,452874	-0,562500	-0,458091
2	?	-0,479044	nd	-0,458091	-0,454747
3	-0,479044	nd	nd	-0,454747	nd

$$A=\begin{vmatrix} 0,000000 & 1,000000 & -0,562500 \\ 0,316406 & 0,845924 & -0,399311 \\ 0,156957 & 0,924595 & -0,482767 \end{vmatrix} \quad B=\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

a) Sabiendo que se la columna de Aitken se obtuvo a partir de la Sucesión 1, hallar x2.
b) Sabiendo que g1(x) = [1 -a.x^2-b.cos(x)]/c, construya un SEL para obtener a, b y c.
c) Indicar un método por el cual no podría resolver dicho sistema. Justificar.
d) Realizar 2 iteraciones mediante el método de Gauss Seidel a partir de $X^{<0>}$=(0.1;2.0;1.5) e indicar un criterio de corte por el cual se podría tomar la aproximación $X^{<2>}$ hallada como solución del problema.
e) Estime g1'(x3) y g2'(x3) mediante un método numérico con orden de convergencia O(h).
f) ¿Qué puede decir sobre la convergencia de g1(x) y g2(x) a partir de lo obtenido en (e)? Justificar

NOTA: Si no pudo hallar X2, tome todos los datos de g2(x). Si no pudo hallar el sistema en (b), tome A.x=B

Ejercicio 2. A partir de una grilla de puntos (x0,y0) (x1;y1) (x2;y2) (x3;y3) se han tomado algunos de ellos según subíndice creciente para generar un Polinomio de Newton Progresivo de grado 1 y un SEL correspondiente a una interpolación por SPLine. Asimismo, con los puntos x0, x1 y x3 se ha generado un Polonomio de Lagrange Baricéntrico.

$$A=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ nd & 6 & nd \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad B=\begin{vmatrix} 0 \\ -6 \\ 0 \end{vmatrix}$$

f(x0,x1) = 1
W3 (x0,x1,x3) = -1
PN1(x3) = 3
PN2(x3)* = 3,76

a) Indicar en cada caso la cantidad de puntos escogidos, de polinomios generados y el grado de los mismos.
b) Incrementar en un grado el Polinomio de Newton para obtener una mejor aproximación de PN2(x3)
c) Estimar Cp sabiendo que con una perturbación positiva del 5% el valor de x3 se ha hallado PN2(x3)*. En caso de no haber hallado PN2(x3), desarrollar Cp y Te por diagrama de proceso para un polinomio genérico de grado 2.

Ejercicio 3. La cota del error absoluto total del método del trapecio de integración numérica ($A=\frac{h}{2}\left[y_0+y_1\right]$) está dada por la siguiente expresión: $e_A = A\cdot\left\{\left[\frac{\left|e_{y_0}\right|+\left|e_{y_1}\right|}{\left|y_0+y_1\right|}+\frac{\left|e_h\right|}{h}\right]+\left[\mu_1+\mu_2+\mu_3\right]\right\}+\left|\frac{f^{<2>}(\xi)}{12}\right|h^3$ Determine los coeficientes C_p y T_e, e indique qué representa el término adicional.

Firma

Universidad de Buenos Aires		Facultad de Ingeniería		
1º Cuatrimestre 2010	75.12 - Análisis Numérico I. Curso 008	Parcial. Primera Oportunidad.	Tema 2	Nota
Padrón:	Apellido y Nombres			

Ejercicio 1. Estos datos se han obtenido buscando una raíz de f(x) = 0 para una cierta función f(x):

i	Sucesión 1			Sucesión 2	
	xi	g1(xi)	Aitken	xi	g2(xi)
0	0,000000	-0,687500	-0,494352	0,000000	-0,687500
1	-0,687500	?	-0,521523	-0,687500	-0,533742
2	?	-0,584991	nd	-0,533742	-0,526875
3	-0,584991	nd	nd	-0,526875	nd

$$A = \begin{vmatrix} 0,000000 & 1,000000 & -0,687500 \\ 0,472656 & 0,772835 & -0,418887 \\ 0,297190 & 0,859293 & -0,521396 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

a) Sabiendo que se la columna de Aitken se obtuvo a partir de la Sucesión 1, hallar x2.
b) Sabiendo que $g1(x) = [1 - a.x^2 - b.\cos(x)]/c$, construya un SEL para obtener a, b y c.
c) Indicar un método por el cual no podría resolver dicho sistema. Justificar.
d) Realizar 2 iteraciones mediante el método de Gauss Seidel a partir de $X^{<0>}=(0.1;2.0;1.5)$ e indicar un criterio de corte por el cual se podría tomar la aproximación $X^{<2>}$ hallada como solución del problema.
e) Estime g1'(x3) y g2'(x3) mediante un método numérico con orden de convergencia O(h).
f) ¿Qué puede decir sobre la convergencia de g1(x) y g2(x) a partir de lo obtenido en (e)? Justificar

NOTA: Si no pudo hallar X2, tome todos los datos de g2(x). Si no pudo hallar el sistema en (b), tome A.x=B

Ejercicio 2. A partir de una grilla de puntos (x0,y0) (x1;y1) (x2;y2) (x3;y3) se han tomado algunos de ellos según subíndice creciente para generar un Polinomio de Newton Progresivo de grado 1 y un SEL correspondiente a una interpolación por SPLine. Asimismo, con los puntos x0, x1 y x3 se ha generado un Polonomio de Lagrange Baricéntrico. De todos los datos obtenidos, se ofrecen solamente los siguientes:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ nd & 6 & nd \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

f(x0,x1) = 0,5
W3 (x0,x1,x3) = -1
PN1(x3) = 2,5
PN2(x3)* = 2,715

a) Indicar en cada caso la cantidad de puntos escogidos, de polinomios generados y el grado de los mismos.
b) Incrementar en un grado el Polinomio de Newton para obtener una mejor aproximación de PN2(x3)
c) Estimar Cp sabiendo que con una perturbación positiva del 5% el valor de x3 se ha hallado PN2(x3)*. En caso de no haber hallado PN2(x3), desarrollar Cp y Te por diagrama de proceso para un polinomio genérico de grado 2.

Ejercicio 3. La cota del error absoluto total del método del punto medio de integración numérica ($A = 2h \cdot y_0$) está dada por la siguiente expresión: $e_A = A \cdot \left[\frac{|e_h|}{|h|} + \frac{|e_{y_0}|}{|y_0|} + \mu_1 \right] + \left| \frac{f^{<2>}(\xi)}{3} \right| h^3$ Determine los coeficientes C_p y T_e, e indique qué representa el término adicional.

Firma